Departamento de Señales, Sistemas y Radicomunicaciones
Comunicaciones Digitales, Febrero 2009

○ Responder los problemas en hojas independientes. La respuesta de cada problema cabe perfectamente en una hoja. En ningún caso se corregirán más de dos hojas por problema.
○ Sólo se puntuarán aquellos apartados en que la solución esté **correctamente justificada** y recuadrada.
○ No se permite el uso de calculadora.
○ Tiempo: 2 horas y 15 minutos.
○ **Publicación de notas:** 18-02-09
○ **Revisión de examen:** 20-02-09, 15:30, C-323 (no es necesario apuntarse previamente).

Examen tipo A

Problema 1 (4 p.)
Se considera la modulación dada por las señales equiprobables

$$s_1(t) = tI_{0,1}(t),\ s_2(t) = (1-t)I_{0,1}(t),\ s_3(t) = (t-1)I_{0,1}(t),\ s_4(t) = -tI_{0,1}(t),$$

de forma que la señal recibida es $r(t) = s_i(t) + n(t)$, siendo $n(t)$ ruido blanco gaussiano con densidad espectral de potencia bilateral $N_0/2$. Para identificar la señal transmitida $s_i(t)$ se desea utilizar de la mejor forma posible las muestras en $t = 1$ de las respuestas a $r(t)$ de los filtros con respuestas al impulso

$$h_1(t) = I_{0,1/2}(t),\ h_2(t) = I_{1/2,1}(t).$$

Denominando X_i a la muestra correspondiente a h_i,
(a) Obtener la densidad de probabilidad condicional $f(x_1, x_2|s_i) = f_{X_1X_2|s_i}(x_1, x_2|s_i)$. (1 p)
(b) Indicar el criterio óptimo de decisión en función de (X_1, X_2), representando las regiones de decisión. (1 p)
(c) Aplicar este criterio a $r(t) = t^2I_{0,1}(t)$. (1 p)
Si existieran solamente las señales equiprobables s_1 y s_4, calcular, en función de N_0,
(d) la probabilidad de error del mejor receptor posible basado en (X_1, X_2). (0.5 p)
(e) la probabilidad de error del receptor óptimo. (0.5 p)

Problema 2 (2 p.)
Un sistema de comunicaciones digitales utiliza un alfabeto de señales de la forma $s_i(t) = A_iI_{0,t_0}(t)$, que pasan por un canal con respuesta al impulso $h(t) = c_0\delta(t) + c_1\delta(t-\tau)$, $\tau < t_0$.
(a) Suponiendo que se tiene un receptor óptimo para el conjunto de señales realmente recibidas, indicar la máxima velocidad de símbolo que garantiza que no haya IES. (1 p)
(b) Se transmite la señal global $v(t) = \sum_n s_{I(n)}(t-nT)$, siendo $t_0 = T$ y $\tau = t_0/4$. Suponiendo que el receptor se basa en un filtro con respuesta al impulso $I_{0,T}(t)$ cuya salida se muestrea en $t = T$ para detectar $s_{I(0)}$, indicar el valor de IES que aparece. (1 p)

Problema 3 (4 p.)
La constelación de la figura está formada por cuatro señales (s_1, s_2, s_3 y s_4) situadas en los vértices de un cuadrado de lado d, equidistantes del origen de coordenadas, tal y como se ilustra en la figura adjunta. Sabiendo que las señales s_1 y s_3 se emiten con probabilidad, $P(s_1) = P(s_3) = p$ y que $P(s_2) = P(s_4)$, se pide:

1. Calcular la energia media de la constelacion ($\mathcal{E}_{av}$) y γ_0. (0.5 p)

2. Dibujar de manera cualitativa las regiones de decisión para $P(s_1) > P(s_2)$. (0.5 p)

3. Escribir las ecuaciones de las fronteras de las regiones de decisión en función de γ_0, p y d exclusivamente. (1 p)

4. Calcular la probabilidad de error para la señal s_1. (0.5 p)

5. Calcular la probabilidad de error para la señal s_2. (0.5 p)

6. Calcular la probabilidad de error de la constelación. (0.5 p)

7. Calcular el desplazamiento que debería aplicarse a la constelación para minimizar su energía media. (0.5 p)