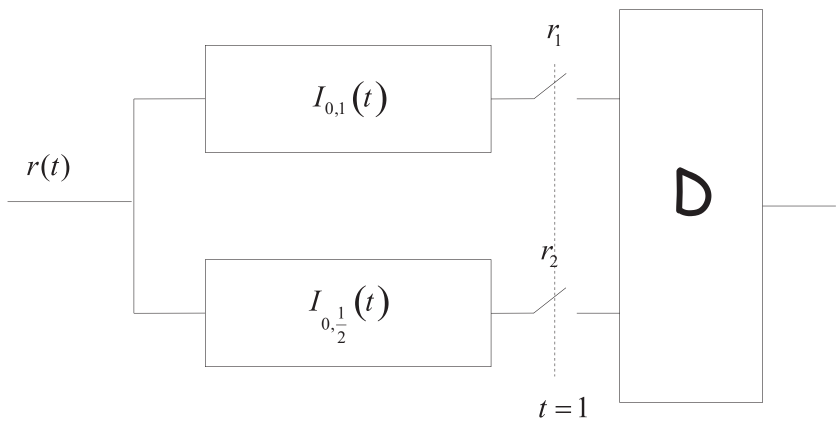
Departamento de Señales, Sistemas y Radicomunicaciones
Comunicaciones Digitales, Septiembre 2009

○ Responder los problemas en hojas independientes. La respuesta de cada problema cabe perfectamente en una hoja. En ningún caso se corregirán más de dos hojas por problema.
○ Sólo se puntuarán aquellos apartados en que la solución esté **correctamente justificada** y recuadrada.
○ No se permite el uso de calculadora.
○ Tiempo: 2 horas y 15 minutos.
○ **Publicación de notas:** 28-09-09
○ **Revisión de examen:** 02-10-09, 15:30, C-323 (no es necesario apuntarse previamente).

Problema 1 (4 p.)
Un transmisor emite en presencia de ruido blanco gaussiano de densidad espectral de potencia bilateral $N_0/2$ señales del conjunto $\{s_i\}_{i=1,\ldots,N}$. Para su detección se emplea el receptor de la figura adjunta.



Se pide:
(1) ¿A qué señales ϕ_1, ϕ_2 están adaptados estos filtros? (1p)
(2) ¿Cómo tendría que ser la decisión (bloque D) para que se tratara de un receptor óptimo para las señales resultado del apartado anterior ($s_1(t) = \phi_1(t), s_2(t) = \phi_2(t)$), supuestas equiprobables? (1p)
En adelante suponemos que se transmiten equiprobablemente señales de la forma $s_i\left(t\right) = x_i \cdot I_{0,\frac{1}{2}}\left(t\right) + y_i \cdot I_{\frac{1}{2},1}\left(t\right)$.
(3) Calcular $E[r_1]$ y $E[r_2]$. (0.5p)
(4) Definimos $z_1 = r_1 - r_2$, $z_2 = r_2$. Calcular $E[z_1]$, $E[z_2]$, $V[z_1]$, $V[z_2]$ y Cov$[z_1, z_2]$. (0.5p)
(5) Escribir la función densidad de probabilidad conjunta $f(z_1, z_2|s_i)$. ¿Cómo sería D para que el receptor fuese óptimo? (1p)

Problema 2 (2 p.)
Un sistema recibe señales proporcionales a $\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{T_0}} \operatorname{sinc} \frac{t}{T_0}$, con periodo de símbolo T, que se detectan con un filtro adaptado.
(a) Indicar para qué valores de T el sistema está libre de interferencia entre símbolos (IES). (1p)
(b) Si $T = (3/2)T_0$, y las señales recibidas pueden ser $s_1(t) = \psi(t)$, $s_2(t) = -\psi(t)$, indicar el valor de interferencia que aparece si muestreamos en $t = 0$ y las señales anterior y posterior a la que queremos detectar han sido s_1, y no tenemos en cuenta más señales.

(0.5p)
(c) Lo mismo teniendo en cuenta las dos señales anteriores y las dos posteriores, todas ellas s_1. (0.5p)

Problema 3 (4 p.)
La constelación de la figura está formada por 5 señales: cuatro de ellas s_1, s_2, s_3 y s_4 situadas sobre los vértices de un cuadrado de lado d centrado en el origen y una de ellas, s_0, situada sobre el origen. Las señales s_0, s_1 y s_2 se emiten con probabilidad p mientras que las señales s_3 y s_4 se emiten con probabilidad $q < p$. Se pide:

1. Dadas dos señales cualesquiera separadas una distancia d y que se emiten con probabilidades p y q, $p > q$, calcular la distancia de la señal de mayor probabilidad a la frontera de sus regiones de decision. Sugerencia: situar la señal de mayor probabilidad sobre el origen de coordenadas y la otra sobre el eje x. Para el resto del ejercicio se empleará $\Delta(p, q, d)$ en lugar de la expresión obtenida. (1p)

   Suponiendo en todos los casos $\Delta(p, q, x) < x$:

2. Dibujar las regiones de decisión. (0.5p)

3. Calcular la probabilidad de error para la señal s_0. (0.5p)

4. Acotar la probabilidad de error para la señal s_4. (1p)

5. Calcular la energía media de la constelación. (0.5p)

6. Calcular, si es el caso, el desplazamiento que debería aplicarse a la constelación para minimizar su energía media. (0.5p)