Departamento de Señales, Sistemas y Radicomunicaciones
Comunicaciones Digitales, Septiembre 2010

○ Responder los problemas en hojas independientes. La respuesta de cada problema cabe perfectamente en una hoja. En ningún caso se corregirán más de dos hojas por problema.
○ Sólo se puntuarán aquellos apartados en que la solución esté **correctamente justificada** y recuadrada.
○ No se permite el uso de calculadora.
○ Tiempo: 2 horas.
○ **Publicación de notas:** 21-09-10
○ **Revisión de examen:** 24-09-10, 15:30, C-301 (no es necesario apuntarse previamente).

Examen tipo A

Problema 1 (5 p.)

1. (1 p) Indicar qué relaciones deben verificarse entre los parámetros para que las siguientes señales sean ortogonales:

$$f(t) = \exp(\boldsymbol{j}(\omega\, t + \phi))I_{0,T}(t), \quad g(t) = \exp(\boldsymbol{j}(\omega'\, t + \phi'))I_{0,T}(t), \ \ \boldsymbol{j}^2 = -1.$$

2. (1 p) En adelante se considera una modulación definida por las 8 señales equiprobables siguientes:

$$\begin{aligned} s_i(t) &= A\, \exp(\boldsymbol{j}(\omega_i t + \phi_i))I_{0,T}(t) \\ &\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = 0, \ \ \omega_5 = \omega_6 = \omega_7 = \omega_8 = 2\pi/T \\ &\phi_1 = \phi_5 = 0, \ \phi_2 = \phi_6 = \pi/2, \ \phi_3 = \phi_7 = \pi, \ \phi_4 = \phi_8 = 3\pi/2. \end{aligned}$$

Dar una base ortonormal del espacio de señal y las coordenadas de las señales respecto de esta base.

3. (2 p) Diseñar un receptor óptimo con el número mínimo de filtros suponiendo que se reciben señales de la forma $r(t) = s_i(t) + n(t)$, donde $n(t)$ es ruido blanco gaussiano complejo. Ilustrar el funcionamiento del receptor detallando el procesamiento de la señal

$$r(t) = \left[A + \frac{A}{2}\exp(\boldsymbol{j}2\pi t/T)\right] I_{0,T}(t).$$

4. (1 p) Si se recibe la señal

$$r(t) = B\, \exp(\boldsymbol{j}4\pi t/T)I_{0,T}(t)$$

¿qué podemos decir sobre la señal transmitida? ¿Y sobre el ruido recibido?

Problema 2 (5 p.)

Para la transmisión de una señal de radiodifusión digital se plantea el empleo de N modulaciones de amplitud en cuadratura (QAM) todas ellas de idénticas características, situadas cada una sobre una portadora de frecuencia $f_0+k\Delta f, k=0\ldots N-1$. En estas condiciones la señal modulada puede expresarse como $\tilde{s}_i(t) = \mathrm{Re}\left[s_i(t)\exp\left(\boldsymbol{j}2\pi f_0 t\right)\right]$ donde

$$s_i(t) = \sum_{k=0}^{N-1} A_{i,k}\psi(t)\exp\left(\boldsymbol{j}2\pi k\Delta f t\right), \quad \boldsymbol{j}^2 = -1.$$

Como de costumbre supondremos que

$$A_{i,k} = a_{i,k} + b_{i,k}\boldsymbol{j}, a_{i,k}, b_{i,k} \in \left\{\pm a\cdot(2r-1), r = 1,\ldots,\sqrt{M}/2\right\}.$$

1. (1 p) Calcular la mínima separación en frecuencias, Δf para que el sistema esté libre de interferencia entre símbolos si $\psi(t)$ tiene un espectro en raíz cuadrada de coseno alzado con factor de redondeo α. ¿Cual es el mínimo ancho de banda total ocupado?

Supondremos en lo sucesivo que $\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{T}}I_{0,T}(t)$.

2. (1.5 p) ¿Sigue estando esta modulación libre de interferencia entre símbolos? Si no es así, ¿existe algún valor de T que permita conseguir que el sistema esté libre de interferencia entre símbolos?

3. (1 p) Sabiendo que para una modulación PAM con $\sqrt{M}$ señales equidistantes, la probabilidad de error es P_1, calcular la probabilidad de error para una modulación QAM de M símbolos cuyos parámetros básicos coinciden con los de aquella.

4. (1.5 p) Calcular para la modulación del problema:

   a) Probabilidad media de error en los bits en función de la probabilidad de error en la señal, suponiendo asignación aleatoria de palabras código,

   b) Probabilidad de error en los bits (aproximada) en función de la probabilidad de error en la señal, suponiendo asignación de bits basada en un código Gray.